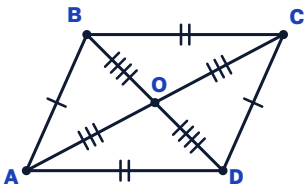
Четырёхугольники

Здесь только то, чего нет в справочных материалах. Теоремы синусов и косинусов, площади фигур и теорема Пифагора напечатаны в самом варианте — их полный состав разобран на листе «Геометрия части 2».

Параллелограмм

Параллелограмм — четырёхугольник, у которого противоположные стороны попарно параллельны. Из одного этого следует всё остальное.



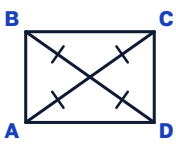
$$S_{ABCD} = 2\,S_{ABC}$$

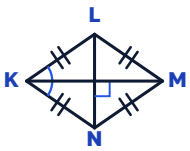
- ☐ **Противоположные стороны равны:** AB = CD, BC = AD.
- ☐ **Противоположные углы равны:** ∠A = ∠C, ∠B = ∠D.
- ☐ **Углы при одной стороне дают 180°:** ∠A + ∠B = 180°.
- ☐ **Диагонали точкой пересечения делятся пополам:** AO = OC, BO = OD.
- ☐ **Каждая диагональ делит параллелограмм на два равных треугольника.**

Формула — прямое следствие пункта 5. Она выручает, когда высоты параллелограмма в условии нет, а площадь треугольника посчитать есть чем.

Прямоугольник и ромб: что добавляет каждый

И тот и другой — параллелограмм, значит всё, что верно для параллелограмма, верно и для них. Каждый добавляет к этому свои свойства диагоналей.





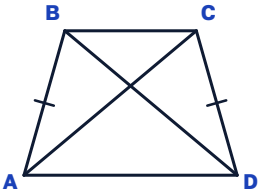
- ☐ **Прямоугольник — параллелограмм с прямым углом.** Его диагонали равны.
- ☐ **Ромб — параллелограмм с равными сторонами.** Его диагонали перпендикулярны и делят углы ромба пополам.

Квадрат — и то и другое сразу, значит у него верны оба пункта. Площади ромба через диагонали и прямоугольника через стороны в справочных материалах есть.

Сюда — своё

Равнобедренная трапеция

Равнобедренная трапеция — трапеция, у которой боковые стороны равны.

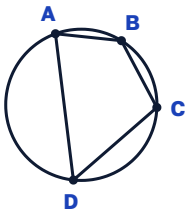


- ☐ **Углы при каждом основании равны:** ∠A = ∠D, ∠B = ∠C.
- ☐ **Диагонали равны:** AC = BD.

Оба пункта работают и в обратную сторону: равные углы при основании или равные диагонали означают, что трапеция равнобедренная.

Вписанный четырёхугольник

Около четырёхугольника можно описать окружность тогда и только тогда, когда суммы его противоположных углов равны 180°.

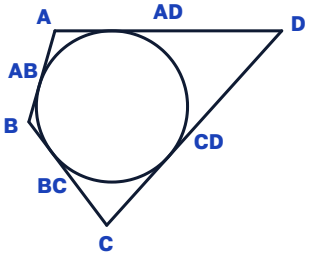


$$\angle A + \angle C = 180^\circ$$
$$\angle B + \angle D = 180^\circ$$

Отсюда и в обратную сторону: нашлись две противоположные вершины с суммой 180° — четырёхугольник вписанный, и дальше работает всё про вписанные углы.

Описанный четырёхугольник

В выпуклый четырёхугольник можно вписать окружность тогда и только тогда, когда суммы его противоположных сторон равны.



$$AB + CD = BC + AD$$

Это то же самое равенство отрезков касательных, что и в треугольнике, только сложенное по четырём вершинам: от каждой вершины идут два равных отрезка, и в обе суммы каждый из них попадает по разу.

Сюда — своё